# ТЕОРИЯ ВСЕГО

УДК 303.732.4, 530.12, 514.7, 517.986, 530.1

**Расширенные комплексные матрица метрического тензора и пространство Минковского для систем любой природы**

**Артур Анисович Шайхутдинов**, ректор,

АНО ДО «ВЦППИ», г. Москва

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)», г. Москва

artur@shaikhutdinov.ru

*В статье рассматривается расширение пространства Минковского с использованием комплексного исчисления и экстраполяцией метрического тензора на измерения более широкой сигнатуры. Исследуется введение нового измерения скорости, ортогонального времени и пространству, и гипотеза их замкнутости. Формулируется подход к созданию единой теории происхождения измерений, частиц и Вселенной, обсуждаются математические доказательства, связанные с топологией и динамикой, и их физическая интерпретация. Показано, что построенная математическая модель хорошо подходит для обобщения систем любой природы.*

Системный анализ, пространство Минковского, метрический тензор, комплексное исчисление, гипотеза Пуанкаре, колмогоровское количество информации, теория всего.

# THEORY OF EVERYTHING

**Extended complex metric tensor matrix and Minkowski space for systems of any nature**

**Artur Anisovich Shaikhutdinov**, rector,

Russian Center for Project Preparation of Engineers, Moscow

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «Bauman Moscow State Technical University (National Research University)», Moscow

artur@shaikhutdinov.ru

*The article explores the extension of Minkowski space using complex calculus and the extrapolation of the metric tensor to dimensions with a broader signature. It investigates the introduction of a new dimension for velocity, orthogonal to time and space, and the hypothesis of their closure. An approach to creating a unified theory of the origin of dimensions, particles, and the universe is formulated, with discussions on mathematical proofs related to topology and dynamics, as well as their physical interpretation. It is shown that the constructed mathematical model is well suited for generalizing systems of any nature.*

System analysis, Minkowski space, metric tensor, complex calculus, Poincare hypothesis, Kolmogorov quantity of information, theory of everything.

**Введение**

В специальной теории относительности [3] принята геометрическая интерпретация пространственно-временного континуума в виде четырехмерного псевдоевклидова пространства с сигнатурой *(1, 3)* – более высокой по одному из направлений, чем у метрического тензора трехмерного евклидова пространства *(0, 3)* – называемого пространством Минковского [11]. Инвариант в виде интервала в нем выражается через метрику континуума квадратом пространственно-временного расстояния:

. (1)

где  – элементы матрицы метрического тензора, которая в инерциальной системе отсчета имеет вид:

, (2)

 – локальные координаты (измерения).

В матрице (2) первый столбец (и первая строка) соответствует одному временному измерению, остальные – трем пространственным. Чтобы в ней отличить временное измерение от пространственных локальную координату времени в (1) обычно записывают, как , имея в виду, что  соответствуют трем пространственным измерениям, а  – одному временному.

Для матрицы (2) формула (1) записывается в виде:

, (3)

где *c=const* – это константа скорости света, *t* – время, *x, y, z* – декартовы координаты евклидова пространства.

Так как *x, y, z* – это координаты пространства , в котором их вектор  имеет длину , используют также компактную запись матрицы метрического тензора:

, (4)

которая имеет сигнатуру *(1, 1)* и квадратичную форму сигнатуры *(1, -1)*.

Допустима компактная запись инварианта (3) в виде:

, (5)

где можно нормализовать время, поделив его на константу *c*, или произведя замену . Тогда выражение (5) записывается формулой:

. (6)

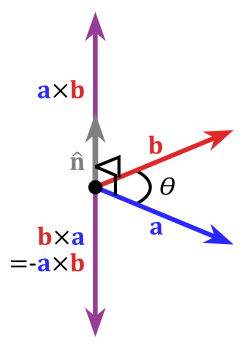
Отметим также, что в (2) и (4) допустима замена 1 на -1 (и -1 на 1), квадратичные формы сигнатуры (1, -1) и (-1, 1) с точностью до знака равнозначны для пространства и времени.

Геометрически пространство координаты  (и *t*) является ортогональным дополнением к пространству векторной координаты *r*. Ортогональное дополнение подпространства  векторного четырехмерного псевдоевклидова пространства-времени, включающего также одномерное подпространство времени *T*, – это и есть подпространство времени: . В данной статье мы доказали гипотезу возможности экстраполировать такую ортогональность измерений с целью попытки объяснения их происхождения, расширив метрический тензор и пространство Минковского с помощью комплексного исчисления.

Отдельно следует отметить, что матрицы метрического тензора (2) и (4) соответствуют инерциальным системам отсчета, и далее мы будем рассматривать прямолинейное равномерное движение, которое в действительности может являться криволинейным и неравномерным. Однако, выстраиваемая математическая модель будет опираться на моментальные значения скорости *v* и других физических величин, поэтому дальнейший учет в ней ускорения тоже будет допустим, т.к. по определению тензора для метрического тензора всегда задан закон преобразования координат [24].

**Векторное произведение единичных ортогональных векторов**

В трехмерном евклидовом пространстве векторное произведение двух векторов представляет собой вектор, ортогональный каждому из перемножаемых векторов (рис. 1).



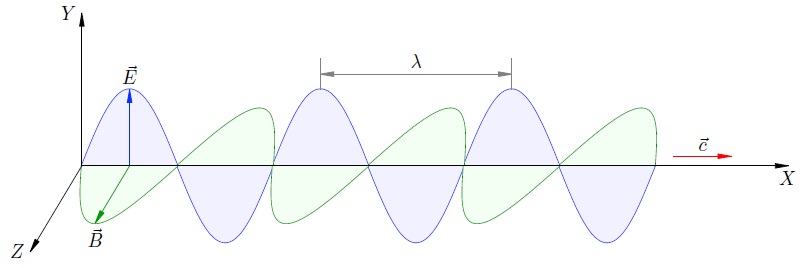
**Рисунок 1 – Векторное произведение векторов**

Если  и  , то:

, (7)

где все три вектора имеют единичную длину и ортогональны друг другу. Каждый вектор при этом может иметь свою единицу измерения в физическом смысле.

Например, для световой волны (фотона), распространяющейся (прямолинейно двигающегося) в евклидовом пространстве, векторы скорости распространения фронта волны (скорости света), электрической и магнитной индукции ортогональны друг другу [12] (рис. 2).



**Рисунок 2 – Электромагнитная волна**

При этом векторы скорости света, электрической и магнитной индукции принадлежат евклидову пространству [12]: .

Если нормализовать все три этих вектора до единичной длины , то векторное произведение каждых двух из них соответствует физической интерпретации (электромагнитной теории). Аналогично выражению (7) можно записать:

. (8)

Далее, как показали выше, мы будем работать со скалярными физическими величинами, как с векторными (как с координатными векторами), имея в виду их нормализацию до единичной длины координатного вектора и принадлежность континууму с более широкой сигнатурой и метрическим тензором более широкого ранга, потому что их векторизация невозможна в евклидовом пространстве  с сигнатурой *(0, 3)* и псевдоевклидовом пространстве-времени с сигнатурой *(1, 3)*.

**Комплексное исчисление для расширенного пространства Минковского**

Заметим, что в (2) и (4) квадрат отрицательного элемента равен положительному , а в комплексном исчислении  для комплексной плоскости и  для комплексного трехмерного пространства.

Так как степени мнимой единицы *i* повторяются в цикле с периодом 4, а степени *j* – в цикле с периодом 8, мы можем комплексно расширить матрицу метрического тензора (4) в виде:

, (9)

до размерности  для расширенного пространства Минковского, применив метод математической индукции:

, (10)

или в виде квадратичной формы сигнатуры (*i*, -1, -*i*, 1),

и до размерности  для расширенного пространства Минковского в виде квадратичной формы сигнатуры:

(*j*, *-i*, *-ij*, -1, *-j*, *i*, *ij*, 1). (11)

В расширенном пространстве по матрице метрического тензора (10) при этом измерения, которые соответствуют соседним столбцам (например, с элементами *i* и -1), соотносятся друг с другом, как соотносятся в физике пространство и время – измерения, соответствующие соседним столбцам (с элементами -1 и 1) в матрице метрического тензора (9).

Матрица метрического тензора (9) при этом диагонально и по вертикальным/горизонтальным индексам замкнута сама на себя, т.к. степени -1 повторяются в цикле с периодом 2. Левый крайний столбец считается соседним правому крайнему. Первая строка считается соседней с последней строкой. Применяя аналогичную логику к матрице метрического тензора (10) и квадратичной форме сигнатуры (11), можно утверждать и об их замкнутости на себя.

**Сигнатура расширенных комплексных матрицы метрического тензора и пространства Минковского**

Сигнатура *(1, 1)* матриц метрического тензора (4) и (9) обозначает пространство с 1 временным и 1 пространственным измерением и с квадратичной формой сигнатуры *(1, -1)* в (4) и *(-1, 1)* в (9). Такая сигнатура *(1, 1)* характерна для двухмерного пространства-времени (например, для упрощённых моделей в теории относительности [26]), где есть одно временное измерение (элемент 1 в матрице метрического тензора и квадратичной форме сигнатуры) и одно пространственное (элемент -1 в матрице метрического тензора и квадратичной форме сигнатуры).

В матрице метрического тензора (10) мы добавили еще 2 измерения, которым соответствуют комплексные элементы *i, -i*. В таком случае повышение ранга метрического тензора увеличением одного или обоих из двух чисел в сигнатуре перестает быть возможным, потому что мы добавили измерения, пространство которых является ортогональным дополнением к пространству измерений пространства  и времени ** по матрицам (4) и (9), а не новые временные или пространственные измерения для подпространств *T* и .

Тогда для квадратичной формы сигнатуры *(i, -1, -i, 1)* сигнатура будет записываться, как более широкая *(1,1,1,1)*, где первые два элемента соответствуют двум вещественным направлениям, а третий и четвертый элементы – двум мнимым.

И для квадратичной формы сигнатуры *(j, -i, -ij, -1, -j, i, ij, 1)* сигнатура будет записываться, как еще более широкая *(1,1,1,1,1,1,1,1)*, где первые два элемента соответствуют двум вещественным направлениям, третий и четвертый элементы – двум первым мнимым *(i, -i)*, пятый и шестой элементы – двум вторым мнимым *(j, -j)*, а седьмой и восьмой – их комбинациям *(ij,-ij)*.

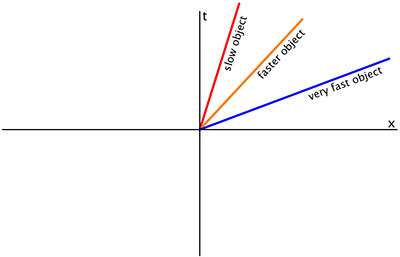
Цель данной работы состоит в обобщении математической модели измерений, поэтому к каждому измерению должен быть единый подход без акцента на природу мнимых или вещественных чисел. Наш подход к записи сигнатуры, который уравнивает все направления и описывает их в виде *(1,1,1,1)* для четырёхмерного случая и *(1,1,1,1,1,1,1,1)* для восьмимерного случая, соответствует выбранной цели. Это позволяет рассматривать все измерения на равных, не выделяя природу коэффициентов, что может быть полезно для построения обобщённой математической модели.

Такая запись подчеркивает равноправие всех измерений в модели, что важно для создания универсальной теории, объединяющей все физические явления в рамках единого математического описания.

**Гиперплоскость одновременности и мировая линия**

Мировая линия – это путь (в топологическом смысле) частицы в четырехмерном пространственно-временном континууме. На рисунке 3 три разные мировые линии изображают путешествие с тремя разными постоянными скоростями в пространстве-времени с одномерным пространством *x*.

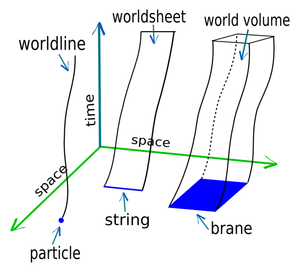
Угол наклона каждой линии на рисунке 3 соответствует скорости *v* объекта в скалярном выражении. Путь (*равномерное движение*) по мировой линии на рисунке 3 измеряется с помощью скалярного значения скорости *v=dx/dt* или *v=dr/dt* в наших обозначениях. Каждому значению времени *t* соответствует свое значение пространственной координаты *x* (или *r*) При этом скорость *v* ограничена сверху максимальным значением – скоростью света *c*.



**Рисунок 3 – Мировые линии в пространстве-времени с одномерным пространством *x***

На рисунке 4 показаны мировая линия (слева), мировой лист (в центре) и мировой объём (справа) для частиц, струн/суперструн и бран соответственно.

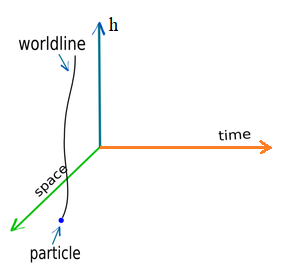
Гиперплоскостью одновременности для четырехмерного пространства времени называют евклидово подпространство  пространственно-временного континуума в определенный момент времени *t*.



**Рисунок 4 – Мировая линия, мировой лист и мировой объём в пространстве-времени с двухмерным пространством *space2***

Путь по мировой линии измеряется с помощью интервала по формулам (1), (3), (5) и (6), которые используют значения элементов матриц метрического тензора (2), (4) и (9).

Теперь мы можем измерять путь четырехмерного пространства времени в расширенном пространстве Минковского с матрицей метрического тензора (10). На рисунке 5 показано новое ортогональное и пространству, и времени измерение *h*.



**Рисунок 5 – Мировая линия в континууме с более широкой сигнатурой**

Далее мы покажем, что *h –* это измерение скорости, и в действительности скорость – это не вектор в евклидовом пространстве , коллинеарный вектору пути для равномерного прямолинейного движения (как мы привыкли считать в ньютоновской механике и специальной теории относительности [3,26]), а координатный вектор-измерение, которой лежит в этом континууме с более широкой сигнатурой *(1,3,1)*, чем у четырехмерного пространственно-временного континуума *(1,3)*.

**Определение 1.** Назовем *гиперкубом односкоростности* «плоскость» space-time на рисунке 5, подразумевая . Каждому значению *h* соответствует свое значение-состояние пространства-времени.

**Механика, динамика, гравитация и топология в расширенном пространстве Минковского**

Метрический тензор одномерного пространства без времени – это симметричное тензорное поле ранга *(0,1)* на гладком многообразии, его матрица  является подматрицей – вырезанным элементом на пересечении второго столбца и второй строки матрицы метрического тензора (9).

Метрический тензор двухмерного пространства-времени – это симметричное тензорное поле ранга *(1,1)* на гладком многообразии, его матрица является подматрицей – вырезанными элементами на пересечении второго и четвертого столбцов и второй и четвертой строк матрицы метрического тензора (10).

Пусть в (10) второму и четвертому столбцам со значениями -1 и 1 соответствуют измерения пространства и времени:

, (12)

а одному из столбцов с пропущенными заголовками соответствует измерение  . Сигнатура матрицы метрического тензора (12) имеет вид *(1,1,1,1)* или *(1,3,1,1)*, если расширить *r* в 3 пространственных измерения.

**Определение 2.** *Равносечным течением* времени назовем аналогичное рисунку 3 изменение времени по оси *h* в координатах *h* и *t*, как изменение координаты *x* (или *r*) – называется *равномерным движением* (*dt/dh=const*) по (вдоль) оси *t* на рисунке 3 в координатах *t* и *x (dx/dt=dr/dt=v=const)*.

**Теорема 1.** Путь частицы по мировой линии пространства-времени в континууме с более широкой сигнатурой лежит вдоль оси координатного вектора скорости , ортогонального координатным векторам времени  и пространства , а мера *равносечного течения* времени определяется скалярным значением пространственной координаты частицы в пространстве.

**Доказательство.** Так как для равномерного прямолинейного движения в скалярном выражении *r=vt*, запишем векторное произведение, как мы показали это геометрически допустимым в выражении (8):

, (13)

где  – координатный вектор пространства,  – координатный вектор скорости,  – координатный вектор времени.

На рисунке 5 для координатных векторов единичной длины с точностью до знака минус (которую можно устранить, развернув на рисунке 5 ось *h* в обратном направлении):

. (14)

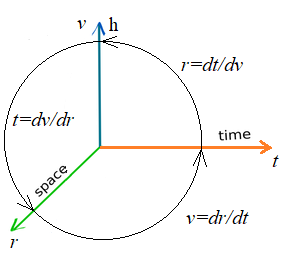
где  – координатный вектор пространства,  – координатный вектор добавленного нами измерения *h*,  – координатный вектор времени.

Так как  и , из (13) и (14) получаем .

Выражение (14), как мы показали в (8), равносильно выражению  или в скалярном выражении *t=rv* (что не имеет физического смысла в классическом пространстве-времени Минковского – пространстве с более узкой сигнатурой, чем мы рассматриваем), то есть *r=dt/dv* – пространственная координата *r* частицы в пространстве – определяет меру *равносечного течения* времени вдоль оси точно так же, как и сама скорость *v=dr/dt* определяет меру *равномерного движения*.

■

Аналогично теореме 1 можно показать, что и время определяет меру изменения скорости по пространственной координате *t=dv/dr* (рис. 6).



**Рисунок 6 – Соотношения между измерениями пространства, скорости, времени**

Так как матрица метрического тензора (10), как мы говорили выше, по вертикальным/горизонтальным индексам замкнута сама на себя, то не важно, какому из столбцов с пропущенными заголовками поставить в соответствие измерение скорости *v* (в любом случае этот столбец окажется между столбцами для пространства *r* и времени *t*). Пусть это будет третий столбец, а первый столбец соответствует некоему базовому измерению, координатный вектор которого обозначим  (единица со знаком вектора):

. (15)

Любое одномерное пространство (одно измерение) является связным, односвязным, компактным многообразием без края.

Гипотеза Пуанкаре, сформулированная в 1904 г., в 2002–2003 гг. была доказана Григорием Перельманом [13-15] и в 2006 г. подтверждена математическим сообществом: «Всякое связное, односвязное, компактное трехмерное многообразие без края гомеоморфно сфере S3».

Следствиями доказательства гипотезы Пуанкаре являются замкнутость евклидова пространства  на себя и возможность утверждать замкнутость любого одномерного пространства (одного измерения) на себя. Таким образом, окружность на рисунке 6 может иллюстрировать четвертое измерение , и так же можно замкнуть в окружности измерения *r, v, t*. Эти окружности имеют конечный размер (длину окружности и/или диаметр) в пространстве еще более широкого ранга, чем мы рассматриваем.

Чем, например, геометрически объясняется наличие ограничения сверху физической величины скорости максимальным значением в виде скорости света *c*. Также физиками и астрономами с помощью данных, полученных спутником «Планк», определена масса Вселенной [17] – ограничение сверху физической величины массы *m* максимальным значением, часть которого составляет т.н. *темная материя*, не участвующая в электромагнитном взаимодействии и поэтому недоступная прямому наблюдению (понятие исторически связано с проблемой скрытой массы [21]). Доказательством Перельмана гипотезы Пуанкаре математически подтверждается ограничение сверху физической величины пространственного расстояния *r* максимальным значением – экспериментально это можно подтвердить, например, «кругосветным путешествием» (аналогичным эксперименту Фернана Магеллана для поверхности Земли [16]) по Вселенной, направив космический зонд в космос таким образом, чтобы он двигался по прямой даже в искривленном гравитацией пространстве-времени, несмотря на гравитационные помехи, и через некоторое время пронаблюдав его возвращение к Земле со стороны, обратной первоначальному направлению.

Запишем физические формулы механики, динамики и гравитационного потенциала [12] в виде векторных произведений, как мы показали возможным в выражении (8), под каждой физической величиной подразумевая отдельное измерение:

, (16)

где  – координатный вектор измерения скорости,  – координатный вектор измерения ускорения,  – координатный вектор измерения времени.

 , (17)

где  – координатный вектор измерения расстояния (пространства),  – координатный вектор измерения скорости,  – координатный вектор измерения времени.

, (18)

где  – координатный вектор измерения силы гравитации,  – координатный вектор измерения гравитационного потенциала,  – координатный вектор измерения расстояния (пространства).

 , (19)

где  – координатный вектор измерения силы,  – координатный вектор измерения массы,  – координатный вектор измерения ускорения.

 , (20)

где  – координатный вектор измерения импулься,  – координатный вектор измерения массы,  – координатный вектор измерения скорости.

, (21)

где  – координатный вектор измерения массы,  – координатный вектор гравитационного потенциала,  – координатный вектор измерения расстояния (пространства).

В формулах (16)-(21) каждые три физических величины представляют собой отдельные взаимоортогональные измерения, которые можно рассматривать в пространствах  (каждую формулу в своем).

**Теорема 2.** В матрице метрического тензора (15) .

**Доказательство.** Из (16) и (17):

. (22)

Из (18) и (22):

. (23)

Из (19) и (23):

. (24)

или

. (25)

Из (18) и (21):

. (26)

Выражение (26) позволяет утверждать, что координатный вектор силы гравитации коллинеарен координатному вектору массы. Такая коллинеарность наглядно подтверждает применение логики равнозначных измерений для объяснения фундаментальных взаимодействий.

Произведение силы гравитации *F*, действующей на массу *m*, расположенную на расстоянии *r* от центра поля гравитационного потенциала *П*, равно произведению массы на гравитационный потенциал *П* в этой точке (на расстоянии *r*): *rF=mП*.

. (27)

Отсюда и из (19):

. (28)

Выражение (18), как мы показали возможным в (8), можно переписать в виде:

. (29)

Отсюда и из (19):

. (30)

Отсюда и из (28):

 (31)

Из (31) получаем:

. (32)

■

Таким образом, по теореме 2 матрица метрического тензора (15) соответствует континууму масса-пространство-скорость-время:

. (33)

Матрица метрического тензора (33) позволяет сформулировать и использовать в ней расширенную специальную теорию относительности, основанную на комплексном исчислении.

Метрический тензор массы-скорости – это симметричное тензорное поле ранга *(1,1)* на гладком многообразии, его матрица является подматрицей – вырезанными элементами на пересечении первого и третьего столбцов и первой и третьей строк матрицы метрического тензора (33). Континуум масса-скорость можно сравнить с двухмерным пространством-временем, он также имеет матрицу метрического тензора (9).

Любые два измерения, соответствующие соседним столбцам матрицы метрического тензора (33), относятся друг к другу так же, как время и пространство в специальной теории относительности.

Согласно Перельману [13-15], как мы писали выше, любое измерение является замкнутым и гомеоморфно окружности в пространстве более высокого/широкого ранга.

Матрица метрического тензора (33) может объяснять происхождение измерений так же, как из измерений пространства и времени мы исторически произвели (сформулировали определение соответствующей новой/производной физической величины) измерение скорости, на практике измеряя ее скалярной величиной.

**Происхождение измерений**

Экстраполируя теоремы 1 и 2 в прямом и обратном направлениях по различным физическим величинам в виде измерений, можно заполнить пропущенные заголовки столбцов в матрице метрического тензора  (и более высоких размерностей по степеням двойки), основанной на комплексном исчислении, и сформулировать так называемую *Теорию всего*, объясняющую все виды физических взаимодействий, происхождение частиц и Вселенной. Матрица размером  метрического тензора с сигнатурой *(1,1,1,1,1,1,1,1)*, построенная по квадратичной форме сигнатуры (11):

. (34)

Учитывая колмогоровский рекурсивно-фрактальный подход к измерению количества информации [22], можно говорить об информационном измерении. Информационное (логическое) измерение *{True, False}* или *{1, 0}* тоже топологически является связным, односвязным, компактным многообразием без края. Применяя метод математической дедукции, можно записать матрицу метрического тензора с сигнатурой *(1, 1)* для Большого взрыва:

, (35)

где  – состояние (измерение) Вселенной до Большого взрыва (пустота),  – информационное (логическое) измерение.

Энтропия тоже имеет максимальное значение. Принцип максимальной энтропии – это понятие теории вероятности, представляющее собой утверждение, что распределение вероятностей, которое наилучшим образом отражает текущее состояние данных – это распределение с наибольшей информационной энтропией [7].

Максимальная энтропия означает, что каждый элемент системы находится в максимальной степени неопределенности, равной 1, а система – в степени, равной числу её элементов (например, количество частиц для Вселенной, которое ограничено, т.к. она имеет свою, вычисленную астрофизиками, массу – ограничение измерения массы сверху максимальным значение).

Таким образом, энтропия [2] – это тоже одно из базовых измерений, из которого и из информационного (логического), мы считаем, и произошли Вселенная и все остальные измерения. Энтропия вместе с нулем и единицей создали бесконечное измерение (поле) информации (хаотической, на первый взгляд, последовательности нулей и единиц), которое также может быть замкнуто в окружность в информационном пространстве более широкого ранга (с более широкой сигнатурой матрицы метрического тензора).

Построенная математическая модель подходит для систем любой природы. Например, Карл Маркс в своем труде [8] рассматривал взаимосвязь четырех измерений: масса (товар), капитал (деньги), труд (человеческие ресурсы) и время. Эти измерения могут быть заголовками столбцов матрицы метрического тензора (10):

, (36)

где  – это измерение капитала (денежное),  – человеческих ресурсов, измеряемых для экономических систем [25] в виде произведения *HRt*, т.е. произведения количества людей на затраченное ими на труд время с помощью измерения времени в человеко-часах (или трудоднях для одного человека).

**Спин электрона, излучение Хокинга и квантовая запутанность в построенной математической модели**

Для объяснения наличия спина у электрона при его движении вокруг ядра атома в рамках построенной обобщенной математической модели измерений можно использовать подход, который рассматривает спин как встроенное свойство, возникающее из геометрии пространства более высокой размерности с более широкой сигнатурой, включающего дополнительные измерения и их взаимосвязи.

В стандартной квантовой механике [1] спин электрона рассматривается как внутренний момент импульса, который не связан с классическим вращением в пространстве. Его математическое описание связано с алгеброй Паули и представлениями группы вращений SU(2) [1]. В построенной математической модели, где измерения описываются с учетом расширенных сигнатур, включающих комплексные координаты (например, *(i,-1,-i,1)*), можно рассмотреть спин как геометрическое свойство, связанное с вращением в этих комплексных измерениях.

Спин может быть интерпретирован как «вращение» или «свёртка» в подпространстве, которое описывается мнимыми компонентами матрицы метрического тензора. Например, если координаты *i* и *-i* отражают оси с положительным и отрицательным направлением в комплексной плоскости, спин можно рассматривать как вращение в этом комплексном подпространстве. При этом электрон, движущийся в пространстве-времени с дополнительными измерениями, может обладать свойствами, связанными с этими вращениями. Это похоже на то, как в стандартной квантовой механике его волновая функция может описывать вращение в пространстве спиноров [1].

В модели, включающей комплексные измерения, можно рассматривать более высокую симметрию пространства (например, SU(4) симметрия), которые описывают поведение частиц в пространстве с такими измерениями. Спин тогда возникает как квантовое число, связанное с определенной симметрией пространства в этих дополнительных измерениях. Это позволяет объяснить дискретность спина (1/2, -1/2 для электрона) как следствие квантования вращений в многомерном пространстве.

Метрический тензор с комплексными элементами, например, с сигнатурой своей матрицы *(1,1,1,1)*, может быть использован для описания динамики электрона с учетом его спиновых свойств. Дополнительные измерения, связанные с комплексными числами, могут вносить коррективы в уравнения движения, что отражает эффект, называемый гиральностью (взаимодействию спина и орбитального движения) [12]. Уравнение Дирака, которое в стандартной теории описывает спин электрона и его поведение в электромагнитном поле [12], может быть обобщено в рамках многомерного пространства с дополнительными комплексными измерениями. Таким образом, спиновые свойства будут естественно интегрированы в геометрию классического пространства-времени.

Наша модель, учитывающая дополнительные измерения и их замкнутость, может описывать спин как топологическое свойство. В частности, спин можно связать с топологическими характеристиками многомерного пространства (например, аналогами узлов и петель в этих пространствах). Это позволит объяснить, почему спин является квантованным (дискретным) и не зависит от классического орбитального вращения электрона вокруг ядра, но является внутренним свойством, зависящим от многомерной топологии.

В рамках квантовой механики, когда один из двух запутанных электронов изменяет свой спин, спин второго электрона мгновенно изменяется так, чтобы сохранить общую корреляцию между их состояниями [12]. Например, если у нас есть два электрона с квантово-запутанными спиновыми состояниями, такими что их общая волновая функция находится в суперпозиции, изменение спина первого электрона приведёт к изменению спина второго, чтобы волновая функция оставалась согласованной [12].

В предложенной обобщённой модели, где измерения включают комплексные дополнительные координаты, можно представить, что оба электрона описываются единой волновой функцией, распределённой по многомерному пространству. Эта волновая функция описывает состояние всей системы, включая спиновую корреляцию между электронами, и имеет глобальное распределение в многомерных координатах. При изменении спина одного из электронов происходит мгновенное обновление всей волновой функции, чтобы соответствовать новому состоянию.

В модели на основе предложенной математической, где запутанность описывается как топологическая связь между состояниями частиц, изменение спина одного электрона приводит к перестройке топологической конфигурации в многомерном пространстве. Например, если запутанность между электронами выражена как узел или петля в пространстве с комплексными координатами, изменение спина одного электрона ведет к изменению состояния узла. Таким образом, второй электрон «перестраивает» свое состояние, чтобы соответствовать новому топологическому состоянию. Это объясняет мгновенность реакции второго электрона на изменение состояния первого. Так как дополнительные измерения в модели замкнуты или, выражаясь другими словами, имеют топологически неразрывную структуру, это позволяет информации о состоянии одного электрона мгновенно достигать второго, несмотря на расстояние между ними в привычном пространстве. Такой подход описывает квантовую нелокальность через внутренние свойства многомерного пространства, где изменение в одной области (например, изменение спина одного электрона) сразу же влияет на другую область (второй электрон) благодаря замкнутости и непрерывности связей в остальных измерениях.

Излучение Хокинга – это процесс, в котором черные дыры испускают радиацию из-за квантовых эффектов, происходящих на их горизонте событий [6]. Обычно его объясняют через образование пар виртуальных частиц вблизи горизонта событий, где одна из частиц падает в черную дыру, а другая улетает наружу, что приводит к испарению черной дыры со временем. Рассмотрим, как можно объяснить это явление в рамках нашей обобщенной математической модели измерений, где к каждому измерению применяется единый подход без различий между мнимыми и вещественными координатами.

Вблизи горизонта событий черной дыры вакуум, согласно квантовой теории поля, подвержен флуктуациям, при которых могут возникать пары частиц и античастиц [6]. В многомерной модели с комплексными дополнительными измерениями эти флуктуации могут происходить не только в привычном пространстве-времени, но и в дополнительных измерениях, описывающих физические величины. Эти дополнительные измерения могут играть роль в процессе образования пар частиц, где одна из частиц «выходит» в обычное пространство, а другая перемещается в одно из дополнительных измерений или поглощается черной дырой.

При создании пары частиц у горизонта событий в обычной теории одна из частиц может иметь отрицательную энергию и падать в черную дыру, что приводит к уменьшению её массы. В обобщенной модели, где координаты могут иметь комплексные значения, такие как *(i,-1,-i,1)*, взаимодействие частиц с горизонтом событий можно описывать через переходы между реальными и мнимыми компонентами пространства. Мнимые компоненты координат могут описывать переход частицы во «внутреннее» измерение, связанное с черной дырой, в то время как её «партнёр» остаётся в реальном измерении и воспринимается как излучение.

В модели с многомерными измерениями, процесс туннелирования, который происходит при излучении Хокинга, может включать переход частиц через многомерный барьер между пространством за горизонтом событий и пространством снаружи. Комплексные координаты могут описывать движение частиц через такие барьеры. Туннелирование в пространстве с мнимыми компонентами может описывать процесс, в котором частица пересекает границу горизонта событий и появляется в пространстве за пределами черной дыры, где она наблюдается как часть излучения Хокинга.

Наша модель также может описывать черную дыру как топологически сложный объект в многомерном пространстве с более широкой сигнатурой, чем у пространства-времени, который взаимодействует с частицами через свои границы. Излучение Хокинга тогда можно интерпретировать как процесс «утечки» топологически связанных частиц через горизонт событий. Это может быть аналогично квантовой запутанности между частицами по разные стороны горизонта. В таком подходе изменение состояния в одном пространственном измерении (например, поглощение частицы с отрицательной энергией) приводит к появлению связанной частицы в другом измерении, воспринимаемом как излучение.

В построенной математической модели, где измерения описываются замкнутыми структурами (многообразиями с дополнительными измерениями), процесс уменьшения массы *m* черной дыры при излучении может быть описан как перераспределение энергии между измерениями (уменьшение значения-проекции ее массы по оси ). Поглощение частицы с отрицательной энергией черной дырой может быть связано с изменением топологической конфигурации, что компенсируется испусканием частицы в обычное пространство. Таким образом, черная дыра теряет массу за счет уменьшения своей энергии в многомерной структуре, и это проявляется как излучение в нашем пространстве.

Предложенная модель позволяет описывать взаимодействие частиц с горизонтом событий как процесс, происходящий в многомерном пространстве, где энергия перераспределяется между измерениями, что приводит к испарению черной дыры и возникновению излучения.

**Планковские длина и время в построенной математической модели**

Планковская длина – это минимальный масштаб, на котором квантовые эффекты гравитации становятся значимыми [12]. Она представляет собой длину, на которой пространство-время начинает проявлять флуктуации из-за квантовой природы гравитации [1].

В нашей модели, где пространство-время рассматривается с дополнительными комплексными измерениями, планковская длина может быть интерпретирована как минимальный размерный масштаб, на котором начинают проявляться эффекты взаимодействия между различными измерениями. Метрический тензор, включающий компоненты с комплексными коэффициентами (*i, j*), может описывать квантовые флуктуации пространства-времени на уровне этой длины. При достижении планковской длины можно предположить, что пространство перестаёт быть гладким и становится «фрактальным» или «вихревым» в многомерных измерениях.

Планковское время – это время, за которое свет проходит расстояние, равное планковской длине [12]. Оно представляет собой минимальный временной интервал, в пределах которого квантовые флуктуации пространства-времени начинают играть ключевую роль [1].

В построенной обобщенной модели можно предположить, что планковское время характеризует временной масштаб, на котором становится возможным взаимодействие между стандартными пространственно-временными измерениями и дополнительными измерениями, описанными комплексными компонентами. На временных масштабах, меньше планковского времени, пространство-время становится не только квантово-флуктуирующим, но и подверженным влиянию дополнительных измерений. Это может означать, что процессы, происходящие за это время, включают переходы энергии и информации между «видимыми» измерениями (пространством и временем) и остальными многомерными компонентами, описывающими физические переменные.

Так как пространство-время имеет топологически замкнутую структуру, на уровне планковской длины это может означать, что все измерения начинают взаимодействовать между собой. На таких масштабах пространство-время «разворачивается» в более высокие измерения, и гравитация перестает быть классической. В этом контексте планковская длина может быть минимальным радиусом кривизны, при котором пространство может переходить в другие состояния через дополнительные измерения, аналогично тому, как в теориях струн [27], суперструн [5] и бран [18] минимальные длины определяются натяжением струн/бран. Планковское время, в свою очередь, может быть временной шкалой, необходимой для таких переходов.

В классической теории гравитации пространство-время описывается гладкими метрическими тензорами, где влияние квантовых флуктуаций не учитывается [12]. Однако, на масштабах порядка планковской длины и времени пространство-время переходит в квантовый режим [9]. В рамках предложенной модели, где введены дополнительные измерения, соответствующие физическим величинам, эта граница может быть интерпретирована как переход от описания пространства через классические измерения к описанию через многомерные и комплексные координаты. Планковские интервалы длины и времени или обобщенный инвариант по формуле (5) могут быть границей, на которой классическая геометрия переходит в квантовую топологию.

**Критика теорий струн, суперструн и бран**

Критика теорий струн [27], суперструн [5] и бран [18] с позиции предложенной обобщенной математической модели измерений основана на различиях в подходах к описанию многомерного пространства, к понятию измерений и на интерпретации природы этих измерений (включая комплексные координаты), а также на несоответствии принципу бритвы Оккама (вводятся дополнительные сущности).

В теориях струн, суперструн и бран новые измерения вводятся как дополнительные пространственные размеры, замкнутые в компактные формы (например, многообразия Калаби-Яу) [5,18,27]. Эти измерения считаются маленькими и замкнутыми настолько, что они не наблюдаемы на макроскопическом уровне, но влияют на взаимодействия между частицами через их формы. В нашей модели измерения описываются единообразно, независимо от того, являются ли они мнимыми или вещественными. Это позволяет обобщить понятие измерений, не привязываясь к их пространственности. Например, комплексные измерения могут иметь более универсальную интерпретацию по физическим величинам, не сводящуюся к «компактным» (в метрическом смысле) пространствам. Теории струн, суперструн и бран ограничивают себя классическим подходом к измерениям, где они обязательно должны быть замкнутыми пространственными размерностями [5,18,27]. В обобщенной модели можно рассматривать измерения, как физические величины, которые действуют на разных уровнях и которые могут проявляться через другие физические свойства (например, фазовые взаимодействия). Это позволяет избежать введения сложных многообразий для объяснения дополнительных измерений и сосредотачиваться на более гибкой интерпретации.

Для описания взаимодействий и геометрии многомерного пространства в теориях струн, суперструн и бран используются сложные многообразия, такие как многообразия Калаби-Яу [5,18,27], и множество математических конструкций, которые трудно напрямую связать с физическими наблюдениями. Это приводит к тому, что сами измерения и их влияние на наш мир трудно интерпретировать физически. Модель, которую мы предложили, использует метрический тензор с комплексными компонентами, соответствующими физическим величинам, что позволяет более естественно описывать квантовые и классические взаимодействия в едином подходе. Здесь нет необходимости «компактизировать» (в метрическом смысле) измерения, вместо этого их можно представлять, как проявляющиеся через различные флуктуации и фазовые изменения. Теории струн и бран вводят дополнительные измерения с целью решения определенных проблем, например, объединения гравитации с другими взаимодействиями. Однако сложность математического аппарата может быть излишней, если использовать нашу более простую и обобщённую модель, в которой измерения описываются единообразно и без необходимости в сложных топологических конструкциях.

Теории струн, суперструн и бран страдают от проблемы экспериментальной непроверяемости. Из-за того, что дополнительные измерения замкнуты на масштабе порядка планковской длины, экспериментальное обнаружение таких измерений с помощью современных технологий невозможно. Это ограничивает предсказательную силу теории и её способность быть проверенной. Наша модель позволяет рассматривать проявления дополнительных измерений, как физических переменных, через квантовые эффекты, которые могут проявляться на более крупных масштабах, таких как отклонения в поведении запутанных частиц или аномалии в распадах частиц на высоких энергиях. Это может быть более проверяемо с текущими экспериментальными возможностями, например, на Большом адронном коллайдере (БАК) [4]. Теории струн/бран упускают возможность выявить дополнительные измерения через квантовые взаимодействия на масштабах, доступных для эксперимента, и сосредоточены на слишком малых масштабах. Наша модель, в отличие от этого, предлагает способы наблюдения эффектов дополнительных измерений на экспериментально достижимых уровнях.

«Компактные» (в метрическом смысле) измерения вводятся в теориях струн, суперструн и бран, как необходимость для согласования различных взаимодействий в единой теории и для достижения математической непротиворечивости. Эти измерения, по сути, служат «инструментом» для построения единой теории, но их физический смысл остается не вполне ясен. Наша модель математически доказывает, что дополнительные измерения (включая мнимые координаты) имеют физическое значение не только в форме компактных многообразий, но также через взаимодействие с обычными физическими величинами, пространственными и временными координатами. Это делает предложенную модель более гибкой и более связанной с физической реальностью. Теории струн/бран предполагают слишком узкую интерпретацию дополнительных измерений через их «компактность» (в метрическом смысле). Наша обобщенная модель измерений позволяет думать о них как о более универсальных структурах, которые могут взаимодействовать с физическими явлениями без ограничения их проявлений только на планковских масштабах.

В теориях струн, суперструн и бран гравитация описывается как возбуждение определенных мод струн (например, гравитоны), что приводит к возникновению квантовой теории гравитации [19]. Однако, полноценная теория квантовой гравитации на этой основе пока не достигнута, и взаимодействие между квантовыми эффектами и гравитацией остается сложным для анализа. Наша модель позволяет квантовую природу гравитации описать, как следствие взаимодействия между измерениями, включая комплексные и скрытые координаты. Гравитация может рассматриваться как эффект на малых масштабах, связанный с метрикой многомерного пространства и взаимодействиями через квантовые флуктуации. Теории струн/бран пытаются квантовать гравитацию через использование дополнительных измерений, но они не всегда учитывают возможные взаимодействия через мнимые компоненты или флуктуации. Обобщенная нами модель может предложить более прямой подход к квантовой гравитации, где гравитация возникает как естественное следствие внутренней структуры пространства-времени-остальных физических измерений.

**Экспериментальная проверка построенной математической модели для подтверждения Теории всего**

Математически доказав состоятельность нашей обобщенной модели измерений с помощью доказательств теорем 1 и 2, теперь мы считаем необходимым проверить её экспериментально, как и считаем необходимой экспериментальную проверку доказательства Перельмана [13-15] гипотезы Пуанкаре для нашего пространственного континуума с помощью описанного выше эксперимента с космическим зондом аналогичного эксперименту Магеллана [16] для поверхности Земли. Для этого мы можем предложить ряд прогнозов в рамках предложенной математической модели для окончательного подтверждения *Теории всего*, которые могут быть проверены экспериментально на текущем уровне развития технологий, например, на базе Большого адронного коллайдера [4]:

1. Отклонения в поведении квантово-запутанных частиц:

* Прогноз: в рамках обобщенной модели, квантовая запутанность частиц может демонстрировать отклонения от стандартных предсказаний в зависимости от их энергии и наличия дополнительных измерений. Например, запутанные частицы, проходящие через высокоэнергетические взаимодействия (как в экспериментах на БАК), могут демонстрировать усиление или ослабление корреляций в зависимости от их взаимодействий с дополнительными измерениями.
* Экспериментальная проверка: измерение корреляций между запутанными парами частиц при высоких энергиях может выявить аномалии, которые указывают на влияние дополнительных измерений. Если корреляции отличаются от тех, что предсказываются стандартной квантовой теорией, это может свидетельствовать о присутствии измерений физических величин модели. Обнаружить отклонения можно будет с помощью новейших квантовых датчиков [20], представленных в июне 2024 года.

2. Аномалии в распаде частиц:

* Прогноз: взаимодействие частиц с комплексными дополнительными измерениями может приводить к неожиданным каналам распада или появлению частиц с необычными свойствами. Например, некоторые нестабильные частицы могут иметь увеличенные или уменьшенные времена жизни, если они взаимодействуют с дополнительными измерениями.
* Экспериментальная проверка: на БАК можно искать аномальные (для них самих) времена жизни нестабильных частиц или неожиданные продукты их распада, которые нельзя объяснить в рамках стандартной модели физики элементарных частиц. Например, если бы обнаружились новые каналы распада, которые соответствуют «утечке» энергии в дополнительные измерения, это стало бы важным подтверждением.

3. Наблюдение микроскопических черных дыр и квантовых эффектов гравитации:

* Прогноз: в обобщенной модели измерений, при очень высоких энергиях, таких как на БАК, можно ожидать образования микроскопических черных дыр, которые взаимодействуют с дополнительными измерениями. В рамках построенной модели такие черные дыры могут испускать излучение (похожее на излучение Хокинга) с аномальной энергетической зависимостью.
* Экспериментальная проверка: поиск событий с быстрым испарением микроскопических черных дыр и анализ их энергетического спектра в экспериментах на БАК может выявить аномалии, которые соответствуют предсказаниям построенной математической модели. Если при таких высокоэнергетических взаимодействиях с помощью новейших квантовых датчиков [20] обнаружатся отклонения в распределении энергии, это может указывать на взаимодействие с дополнительными измерениями.

4. Отклонения в поведении частиц при очень высоких энергиях:

* Прогноз: при столкновениях частиц на сверхвысоких энергиях можно ожидать отклонений в распределении энергии и угловых распределениях частиц, вызванных взаимодействием с дополнительными измерениями. Например, некоторые из продуктов столкновений могут проявлять энергетические «потери», которые связаны с переходом энергии в дополнительные измерения.
* Экспериментальная проверка: анализ углового распределения частиц и общей энергии системы после столкновений на БАК может выявить такие аномалии. В случае отклонений от стандартных предсказаний, например, недостающей энергии или изменённых траекторий частиц, это могло бы указывать на влияние дополнительных измерений.

5. Наблюдение отклонений в физике электрослабых взаимодействий:

* Прогноз: влияние дополнительных измерений может проявляться в тонких отклонениях при электрослабых взаимодействиях, например, в процессах распада частиц, таких как бозон Хиггса, или в рассеянии тяжёлых частиц (например, W и Z бозонов).
* Экспериментальная проверка: точные измерения параметров распада бозона Хиггса и других тяжелых частиц на БАК могут выявить отклонения от стандартной модели, если такие отклонения вызваны скрытыми измерениями. Особенно интересны будут события, где ожидаются отклонения в частоте или энергетическом спектре описанных в прогнозе распадов.

Каждое из предложенных нами направлений требует поиска отклонений от предсказаний стандартной модели в специфических условиях высокоэнергетических взаимодействий, которые могут быть достигнуты на БАК. Наиболее перспективными нам представляются прогнозы, которые предполагают аномалии в распаде частиц, отклонения в квантовых корреляциях и образование микроскопических черных дыр. Их экспериментальная проверка позволит окончательно подтвердить влияние физических измерений, предсказанных нашей обобщенной моделью.

**Выводы**

Мы предложили расширение классической модели пространства Минковского, включив в нее измерения с более широкой сигнатурой, которые описывают ортогональные координатные векторы скорости и массы. Доказано, что путь частицы в таком континууме связан с новым измерением, которое можно трактовать как координату скорости. Мы также показали, что аналогичная замкнутость измерений, подтвержденная для трёхмерных многообразий в гипотезе Пуанкаре, может быть применена к более сложным физическим моделям. Экстраполируя наши результаты, мы предложили возможный подход к созданию теории, объясняющей происхождение частиц и Вселенной в рамках единой математической модели. Тем не менее, для окончательного подтверждения предложенной гипотезы (*Теории всего*) необходимы дополнительные исследования и экспериментальная проверка.

Построенная математическая модель подходит для системного анализа [9,23-25], потому что хорошо обобщает системы любой природы: геометрические, физические, экономические [8,10,25] и другие.

*Литература*

1. Birrell N.D., Davies, P.C.W. Quantum Fields in Curved Space. Cambridge University Press, 1982. 354 p.
2. Clausius R. Ueber die bewegende Kraft der Wärme und die Gesetze, welche sich daraus für die Wärmelehre selbst ableiten lassen [On the Mov-ing Force of Heat and the Laws which can be Deduced from it for the Theo-ry of Heat itself] // Annalen der Physik. 1850. Vol. 155. No. 3. P. 368-397.
3. Einstein A. Fundamental Ideas and Methods of the Theory of Relativity 1920.
4. Evans L., Bryant P. LHC Machine // Journal of Instrumentation. 2008. Vol. 3. S08001.
5. Gross D., Witten E. Possible third-order phase transition in the large-𝑁 lattice gauge theory // Phys. Rev. D. 1980. Vol. 21. 446.
6. Hawking S. A Brief History of Time. Bantam Books, 1988. 256 p.
7. Jaynes E.T. Information Theory and Statistical Mechanics // Physical Review. 1957. Vol. 106. No. 4. P. 620-630.
8. Marx K. Das Kapital. Kritik der politischen Ökonomie [Capital: A Critique of Political Economy] 1867, 1885, 1894.
9. Minitaeva A. Analysis of the Multi-Criteria Decision-Making Problem Under Conditions of Heterogeneous Interval Uncertainty // Proceedings – 2022 4th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA 2022). 2022. DOI: 10.1109/SUMMA57301.2022.9974092
10. Minitaeva A.M. Multimodel Approach to Forecasting Nonlinear Nonstationary Processes in Optimal Control Problems // Proceedings of the 2024 6th International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE 2024). 2024.
11. Minkowski H. Raum und Zeit [Space and Time] // Physikalische Zeitschrift. 1908-1909. Vol. 10. P. 75–88.
12. Penrose R. The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Uni-verse. Alfred A. Knopf, 2004. 1136 p.
13. Perelman G. The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications (англ.) // ArXiv.org 2002. ISSN 2331-8422 arXiv:math/0211159
14. Perelman G. Ricci flow with surgery on three-manifolds (англ.) // ArXiv.org 2003. ISSN 2331-8422 arXiv:math/0303109
15. Perelman G. Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three-manifolds (англ.) // ArXiv.org 2003. ISSN 2331-8422 arXiv:math/0307245
16. Pigafetta A. Relazione del primo viaggio intorno al mondo [Report of the First Voyage Around the World]. 1524. Ed. Ramusio, G.B., Navigazioni e viaggi, Venice, 1550.
17. Planck Collaboration. Planck 2018 Results. VI. Cosmological Parame-ters // Astronomy & Astrophysics. 2020. Vol. 641. A6.
18. Polchinski J. Dirichlet-Branes and Ramond-Ramond Charges // Physi-cal Review Letters. 1995. Vol. 75. P. 4724-4727.
19. Rovelli C., Smolin L. Loop Space Representation of Quantum General Relativity // Nuclear Physics B. 1990. Vol. 331. P. 80-152.
20. Song X., Salvati F., Gaikwad C., Halpern N.Y., Arvidsson-Shukur D.R.M. and Murch K. Agnostic Phase Estimation // Phys. Rev. Lett. 2024. Vol. 132. 260801.
21. Zwicky F. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln [The Redshift of Extragalactic Nebulae] // Helvetica Physica Acta. 1933. Vol. 6. P. 110-127.
22. Колмогоров А. Н. Три подхода к определению понятия “количество информации” // Пробл. передачи информ. 1965. Т. 1. № 1. C. 3-11.
23. Минитаева А.М., Шайтура С.В. Системный анализ и разработка методики моделирования нелинейных нестационарных процессов в системе поддержки принятия решений // Информационно-технологический вестник. 2023. № 3(37). С. 54-64. EDN ACWQAM.
24. Минитаева А.М. Новый оператор тензорного произведения и анализ нелинейных систем с полиномиальными функциями пространства состояний // Информационно-технологический вестник. 2024. № 3(41). С. 3-14. EDN AAECDU.
25. Минитаева А.М. Математическая модель и метод принятия решений в экономических системах на основе глубокого обучения // Искусственный интеллект в автоматизированных системах управления и обработки данных : Сборник статей II Всероссийской научной конференции. В 5-ти томах, Москва, 27–28 апреля 2023 года. Москва: Издательский дом КДУ, «Добросвет», 2024. С. 42-49. EDN YTVUVK.
26. Пенроуз Р. Путеводитель по теории относительности. Москва: Мир, 2002. 589 с.
27. Полчински Дж. Теория струн. Том 1. Москва: ИКИ РАН, 2002. 432 с.

*Цитирование*

**Журнал ВАК:**

Шайхутдинов А.А. Расширенные комплексные матрица метрического тензора и пространство Минковского для систем любой природы // Информационно-технологический вестник. – 2024. – № 4(42).

**Препринт:**

http://artur.shaikhutdinov.ru/Theory\_of\_everything\_Теория\_всего.docx



**Обратная связь:** artur@shaikhutdinov.ru